

ОРТОГОНАЛЬНІ ТА ЕЛЕМЕНТАРНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ МАТРИЦЬ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ПРОБЛЕМИ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ

Грищенко В.М., Бредихін І.О.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут», м. Харків*

Визначення спектру частот в прикладних задачах лінійної та нелінійної теорії коливань, динаміці машин, стійкості та інших залишається актуальною проблемою. Узагальнена проблеми EigenValue має наступний вигляд:

$$Kx = \lambda Mx.$$

Принципово її рішення зводиться до ітераційних процедур. Тенденція до зростання порядків розрахункових рівнянь, що можуть досягати десятки тисяч і більше, пред'являє підвищені вимоги до теоретичного обґрунтування та удосконалення всіх складових алгоритмів та впровадження нових підходів рішення цієї проблеми. Для суттєвого прискорення ітераційних методів пошуку (λ, x) дві матриці (K, M) попередньо спрощують.

В роботі аналізуються потенціальні можливості ортогональних перетворень обертання та стійких елементарних для попереднього спрощення форми матриць узагальненої проблеми: $(K, M) \rightarrow (L, E)$

Для цілеспрямованого перетворення пучка формуються послідовні ланцюги з простих лівих та правих стійких перетворень еквівалентності з використанням матриць перестановок π_{ij} , матриць повертань R_{ij} , елементарних неунітарних матриць типу T_{ij} , випробувані схеми QZ алгоритму.

Схема одного з варіантів для випадку невироджених матриць така:

1. *Маштабування пучка матриць.*
2. *Приведення матриці M до трикутної форми.*
3. *Приведення узагальненої проблеми до стандартної.*

$$(K - \lambda M) \rightarrow (K_1 - \lambda E).$$

4. *Ортогональне приведення матриці K до форми Хесенберга*
5. *Приведення матриці Хесенберга до ланцюгової форми*

$$(K - \lambda M) \rightarrow \left(\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \times \\ \times & \cdot & \cdot & \cdot & \times \\ \cdot & \times & \cdot & \cdot & \times \\ \cdot & \cdot & \times & \cdot & \times \\ \cdot & \cdot & \cdot & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{bmatrix} \right)$$

На прикладі невиродженої матриці 7-го порядку наведені порівняльні результати заключних форм Хесенберга та ланцюгової:

$$\begin{bmatrix} 0.064 & -0.167 & 0.344 & -0.428 & -0.037 & -0.503 & -1.435 \\ 1.166 & 0.423 & -1.968 & -3.455 & -1.942 & 1.814 & -12.429 \\ \cdot & 1.151 & 0.512 & 0.893 & 0.236 & -0.210 & 4.282 \\ \cdot & \cdot & 0.905 & 2.543 & 0.898 & -0.272 & 4.932 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0.850 & 1.010 & 0.682 & 2.048 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0.143 & 0.767 & 0.193 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0.037 & 0.963 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 185.56 \\ 1.166 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -1358.75 \\ \cdot & 1.151 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 3930.81 \\ \cdot & \cdot & 0.905 & \cdot & \cdot & \cdot & -5199.63 \\ \cdot & \cdot & \cdot & 0.850 & \cdot & \cdot & 4417.22 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0.143 & \cdot & -431.15 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0.037 & 6.28 \end{bmatrix}.$$

Видно, що розріджена форма може надавати певні переваги та вигоди у економічності подальших операцій.